Form Number : ____________________

ALLEN CAREER INSTITUTE KOTA (RAJASTHAN) — path to success

CLASSROOM CONTACT PROGRAMME

SAMPLE PAPER

CLASS - XIIth GSEB (GUJARATI MEDIUM)

Test Type : FULL SYLLABUS TEST   Test Pattern : BOARD PATTERN

MATHEMATICS

સમય : 3 કલાક   **મહત્તમ ગુણ : 100**

- ચકાસો કે આપેલ પ્રશ્નપત્ર 7 છપાયેલા પાના ધરાવે છે.
- આપેલા પ્રશ્નપત્ર 68 પ્રશ્નો ધરાવે છે (50 એક વાક્યના પ્રશ્નો અને 18 વિસ્તૃત પ્રશ્નો છે.)
- પ્રશ્નનો ઉત્તર આપતા પહેલાં તમારો સીરીયલ નંબર લખો.

સામાન્ય સૂચના :

1. **બધા જ પ્રશ્નો ફરજીયાત છે.**
2. દરેક પ્રશ્નની સામે ગુણ દર્શાવેલા છે.
3. અનુક્રમે **A** અને **B** બે વિભાગોમાં

   વિભાગ-A (એક વાક્યના પ્રશ્નો)

   1 થી 50 દરેક પ્રશ્નોના 1 ગુણ = 50 ગુણ (ફક્ત એક જ વિકલ્પ સત્ય છે.)

   વિભાગ-B (વિસ્તૃત પ્રશ્નો)

   1 થી 8 પ્રશ્નોના 2 ગુણ = 16 ગુણ

   9 થી 14 પ્રશ્નોના 3 ગુણ = 18 ગુણ

   15 થી 18 પ્રશ્નોના 4 ગુણ = 16 ગુણ

નીચે આપેલા ભૌતિક અચળાંકોનો જરૂર પડે ઉપયોગ કરો.

$c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$, $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1},

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

ન્યુટ્રોનનું દળ 1.675×10^{-27} kg, પ્રોટોનનું દળ 1.673×10^{-27} kg

એવોગેડ્રો નંબર $= 6.023 \times 10^{23}$ પર ગ્રામ મોલ

બોલ્ટઝમેન અચળાંક $1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$

HAVE CONTROL ⟶ HAVE PATIENCE ⟶ HAVE CONFIDENCE ⇒ 100% SUCCESS

PART-A (OBJECTIVE QUESTION)

નીચે આપેલા 4 જવાબો પૈકી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો. (પ્રત્યેકનો 1 ગુણ) **[50]**

1. A = {1, 2, 3} *તો* (1, 3)*ને સમાવતા સામ્ય સંબંધોની સંખ્યા... છે.*

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 8

2. *જો* $f : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ *એક-એક અને વ્યાપ્ત છે. તો વિધેય... શક્ય છે.*

(1) $f(x) = |x|$ (2) $f(x) = \sin x$ (3) $f(x) = x^3$ (4) $f(x) = \cos x$

3. *જો* Q^+ *પર* $ab = \frac{ab}{100}$ *તો* 0.1 *નો વ્યસ્ત .... છે.*

(1) 100000 (2) 10000 (3) 1000 (4) 10

4. *જો* $f : R \rightarrow R, g : R \rightarrow R, f(x) = 3x - 2$ *અને* $g(x) = x^2 + 1$ *તો* $(gof^{-1})(2) = ...$.

(1) $\frac{25}{9}$ (2) $\frac{25}{3}$ (3) $\frac{16}{9}$ (4) $\frac{4}{3}$

5. *જો* $\sin(2\tan^{-1} x) = 1$, *તો* x = ...

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) 1 (4) $\sqrt{3}$

6. *જો* $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$, *તો* $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = ...$.

(1) $\frac{5\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) π

7. *જો* $\sin^{-1}\left(\frac{x}{13}\right) + \sec^{-1}\left(\frac{13}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$, *તો* x = ...

(1) 1 (2) 5 (3) 12 (4) 13

8. $\tan\left(\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{3\sqrt{5}}{7}\right) = ...$

(1) $-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (2) $\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$ (3) $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

9. *જો* $D = \begin{vmatrix} 2 & \cos\theta & 2 \\ -\cos\theta & 2 & \cos\theta \\ -2 & -\cos\theta & 2 \end{vmatrix}$, *તો* D *એ .... અંતરાલમાં છે.*

(1) $(16, \infty)$ (2) (16, 20) (3) [12, 16] (4) [16, 20]

10. *જો* l, m, n *વાસ્તવિક સંખ્યા છે કે જેથી* $l^2 + m^2 + n^2 = 0$ *તો* $\begin{vmatrix} 1+l^2 & lm & ln \\ lm & 1+m^2 & mn \\ nl & mn & 1+n^2 \end{vmatrix} = ...$.

(1) 0 (2) 1 (3) $l + m + n + 2$ (4) $lmn - 1$

11. જો $f(\alpha)=\begin{vmatrix}1 & \alpha & \alpha^2\\ \alpha & \alpha^2 & 1\\ \alpha^2 & 1 & \alpha\end{vmatrix}$, તો $f(\sqrt[3]{3})=$........ .

(1) –4 (2) 4 (3) 2 (4) –2

12. A એ 2×3 શ્રેણિક છે. A^TB અને BA^T વ્યાખ્યાયિત છે તો B એ... કક્ષાનો શ્રેણિક છે.

(1) 2×3 (2) 3×2 (3) 2×2 (4) 3×3

13. જો $\begin{bmatrix}2 & x & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 1\\ x\end{bmatrix}=0$, તો x = ...

(1) –3 (2) 3 (3) 6 (4) –6

14. જો A (adj A) = 4I, જ્યાં A એ 3×3 શ્રેણિક છે તો |A| = ...

(1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) 8

15. જો $A=\begin{bmatrix}\alpha^2 & 5\\ 5 & -\alpha\end{bmatrix}$ અને $|A^{10}| = 1024$ તો α = ...

(1) 2 (2) –2 (3) 3 (4) –3

16. $\frac{d^2x}{dy^2}=.....$

(1) $\frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ (2) $\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ (3) $-\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ (4) $-\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}.\frac{d^2y}{dx^2}$

17. જો $f(x) = \log_3(\log_5 x)$, તો $f'(x) = ...$

(1) $\frac{1}{x\log_e x\log 3}$ (2) $\frac{1}{x\log_e x}$ (3) $\frac{1}{x\log_e 3\log_e 5}$ (4) $\frac{1}{x\log_e x\ \log_e 5}$

18. $f(x) = e^x \cos x$, $x\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ ને રોલનું પ્રમેય લગાડતા c = ...

(1) $\frac{3\pi}{4}$ (2) $\frac{5\pi}{4}$ (3) π (4) $\frac{15\pi}{4}$

19. $\int\frac{3\tan\frac{x}{3}-\tan^3\frac{x}{3}}{1-3\tan^2\frac{x}{3}}dx=.....+c$

(1) log|tan x| (2) – log|cos x| (3) $\sec^2 x$ (4) –log |sec x|

20. $\int \frac{dx}{x^2(x^4+1)^{\frac{3}{4}}} = ... + c$

(1) $\left(1+\frac{1}{x^4}\right)^{\frac{1}{4}}$ (2) $-\left(1+\frac{1}{x^4}\right)^{\frac{1}{4}}$ (3) $-\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{x^4}\right)^{\frac{1}{4}}$ (4) એક પણ નહિ

21. $\int \cos^{-\frac{3}{7}} x \sin^{-\frac{11}{7}} x dx = ...$.

(1) $\log\left|\sin^{\frac{4}{7}} x\right| + c$ (2) $\frac{4}{7}\tan^{\frac{4}{7}} x + c$ (3) $-\frac{7}{4}\tan^{-\frac{4}{7}} x + c$ (4) $\log\left|\cos^{\frac{3}{7}} x\right| + c$

22. ગણિતનો એક પ્રશ્ન ત્રણ વિદ્યાર્થીઓ સ્વતંત્ર રીતે ઉકેલ મેળવે તેની સંભાવના $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$. છે. તો તે પૈકી ઓછામાં ઓછો એક વિદ્યાર્થી ઉકેલ મેળવે તેની સંભાવના... છે..

(1) $\frac{1}{27}$ (2) $\frac{19}{27}$ (3) $\frac{8}{27}$ (4) $\frac{26}{27}$

23. જો A અને B બે નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે કે જેથી $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{5}$, then $P(A \mid A \cup B) = ...$.

(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{5}{6}$

24. સમતોલ પાસો 6 વખત ઉછાળવામાં આવે છે. જો યુગ્મ અંક મળે તેને સફળતા ગણીએ તો 5 વખત સફળ થવાય તેની સંભાવના .... છે.

(1) $\frac{5}{64}$ (2) $\frac{3}{32}$ (3) $\frac{63}{64}$ (4) $\frac{5}{6}$

25. ખામી વગરના સ્ક્રુની સંભાવના 0.9 છે. અને 500 સ્ક્રુ માટે દ્વિપદી વિતરણનો ખામી વાળા સ્ક્રુનો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન .... છે.

(1) 50, 6·71 (2) 500, 6·71 (3) 50, 45 (4) 50, 7·71

26. ભારત વેસ્ટેન્ડિઝ સામે એક દિવસીય મેચ જીતે તેની સંભાવના $\frac{1}{2}$ છે. 5 મેચની શ્રેણીમાં ભારતનો બીજો વિજય ત્રીજી મેચમાં થાય તેની સંભાવના.... છે.

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

27. ધારો કે, x અને y એ સુરેખ આયોજનના પ્રશ્નનો ઉકેલ હોય તો ....

(1) $z = \lambda x + (1 - \lambda)y, \lambda \in R$ એ પણ ઉકેલ છે.

(2) $z = \lambda x + (1 - \lambda)y, 0 \le \lambda \le 1$ એ પણ ઉકેલ છે.

(3) $z = \lambda x + (1 + \lambda)y, 0 \le \lambda \le 1$ એ પણ ઉકેલ છે.

(4) $z = \lambda x + (1 + \lambda)y, \lambda \in R$ એ પણ ઉકેલ છે.

28. મર્યાદાઓ $0 \le x \le 4$, $1 \le y \le 6$, $x + y \le 5$ ને આધીન $z = -3x + 2y$ ની ન્યુનતમ કિંમત .... છે.

(1) –10 (2) 0 (3) 2 (4) 10

29. $f(x) = (x + 2)e^{-x}$ એ $x \in R$ માટે.. માં વધતું વિધેય છે.

(1) $(-\infty, -1)$ (2) $(-1, -\infty)$ (3) $(2, \infty)$ (4) R^+

30. જેની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ સમાન હોય તેવા નળાકારના ઘનફળનો તેની ત્રિજ્યાની સાપેક્ષે ફેરફારનો દર.. છે.

(1) 4 (પાયાનું ક્ષેત્રફળ) (2) 3 (પાયાનું ક્ષેત્રફળ) (3) 2 (પાયાનું ક્ષેત્રફળ) (4) (પાયાનું ક્ષેત્રફળ)

31. વક્ર $x^2 = 4y$ નો બિંદુ (1, 2) માંથી પસાર થતો અભિલંબ ...છે.

(1) $2x = y$ (2) $x + y - 3 = 0$ (3) $2x + 3y - 8 = 0$ (4) $x - y + 1 = 0$

32. $x^2 + \frac{16}{x}$ ની સ્થાનીય ન્યુનતમ કિંમત.. છે. $x \in R - \{0\}$

(1) 12 (2) 22 (3) –12 (4) 2

33. k ના કયા મૂલ્યો માટે, $f(x) = x^2 - kx + 20$ એ [0, 3]માં ચુસ્ત વધતું વિધેય છે.

(1) $k < 0$ (2) $0 < k < 1$ (3) $1 < k < 2$ (4) $2 < k < 3$

34. $\int x^5 e^{x^2} dx = \frac{e^{x^2}}{2} f(x) + c$, તો $f(x) = ...$

(1) $x^4 - 2x^2 + 2$ (2) $x^4 + 2x^2 + 2$ (3) $x^4 - 2x^2 - 2$ (4) $x^4 + 2x^2 - 2$

35. જો $I_n = \int (\log x)^n dx$ તો $I_n + n\, I_{n-1} = ...$

(1) $x(\log x)^n$ (2) $(x \log x)^n$ (3) $(\log x)^{n-1}$ (4) $n(\log x)^n$

36. $\int \left[\log\{\log(\log x)\} + \frac{1}{\log x \cdot \log(\log x)} \right] dx = ... + c$

(1) $x \log \{\log(\log x)\}$ (2) $e^x \log\{\log(\log x)\}$ (3) $x \log (\log x)$ (4) $x \log x$

37. $\int a^x [f'(x) + f(x)\log a] dx = ... + c.$ $(a \in R^+ - \{1\})$

(1) $a^x \cdot \log a\, f'(x)$ (2) $a^x \cdot f'(x)$ (3) $a^x \cdot f(x)$ (4) $a^x \cdot \log a \cdot f(x)$

38. $\int_0^9 \left[\sqrt{x} + 2 \right] dx = ...$

(1) 31 (2) 32 (3) 23 (4) 18

39. $\int_0^{4014} \frac{2^x}{2^x + 2^{4014-x}} dx = ...$

(1) 2007 (2) 4014 (3) 2^{4014} (4) 2^{2007}

40. $\int_0^{\pi} e^{\sin^2 x} \cos^3 x dx = ...$

(1) –1 (2) 0 (3) 1 (4) π

41. વર્તુળ $x^2 + y^2 = 4$ અને રેખા $x = 0, x = 2$ દ્વારા પ્રથમ ચરણમાં આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ... છે.

(1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

42. પરવલય $y^2 = 4ax$ અને નાભિલંબ $x = a$ દ્વારા રચાતા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ.. છે.

(1) $\frac{8}{3}a$ (2) $\frac{4}{3}a^2$ (3) $\frac{8}{3}a^2$ (4) 2

43. વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y+2}$ નો સંકલ્યકારક અવયવ... છે.

(1) e^x (2) e^{x+y+2} (3) e^{-y} (4) $\log|x + y + 2|$

44. અતિવલય $x^2 - y^2 = 8$ ના બિંદુ (3, 1) આગળ અવાભિલંબની લંબાઈ... છે.

(1) 3 (2) $\frac{1}{3}$ (3) 8 (4) $\frac{1}{8}$

45. વિકલ સમીકરણ $(x + 2y^3)\frac{dy}{dx} - y = 0$ નો ઉકેલ .. છે.

(1) $x = y^3 + Ay$ (2) $y(1 - xy) = Ax$ (3) $x(1 - xy) = Ay$ (4) $x(1 + xy) = Ay$

46. ΔABC ના શિરોબિંદુના સ્થાનસદિશો $\bar{a}, \bar{b}$ અને $\bar{c}$ હોય તો ΔABC ના સમતલને લંબ એકમ સદિશ ... છે.

(1) $\bar{a}\times\bar{b}+\bar{b}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}$

(2) $\frac{\bar{a}\times\bar{b}+\bar{b}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}}{|\bar{a}\times\bar{b}+\bar{b}\times\bar{c}+\bar{c}\times\bar{a}|}$

(3) $\frac{\bar{a}\times\bar{b}}{|\bar{a}\times\bar{b}|}$

(4) એક પણ નહિ

47. જો ΔABC માટે $\overline{AB} = 3\hat{i} + 4\hat{k}$ અને $\overline{AC} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ તો A માંથી પસાર થતી મધ્યગાની લંબાઈ... છે.

(1) $\sqrt{288}$ (2) $\sqrt{18}$ (3) $\sqrt{72}$ (4) $\sqrt{33}$

48. જો $\bar{x} = (1,2,4), \bar{y} = (-1, -2, k)$, $k \neq -4$ તો $|\bar{x}\cdot\bar{y}| ... |\bar{x}||\bar{y}|$

(1) < (2) > (3) = (4) ≥

49. બિંદુ (2, –3, 1) અને (3, –4, –5) માંથી પસાર થતી રેખા ZX સમતલને... બિંદુમાં છેદે છે.

(1) (–1, 0, 13) (2) (–1, 0, 19) (3) $\left(\frac{13}{6}, 0, \frac{-19}{6}\right)$ (4) (0, –1, 13)

50. બિંદુ A(–2, 2, 3) માંથી પસાર થતી અને $\overleftrightarrow{AB}$ ને લંબ હોય તેવી રેખા L નું સમીકરણ ... છે. જ્યાં B(13, –3, 13).

(1) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{13} = \frac{z+3}{2}$ (2) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{13} = \frac{z-3}{2}$ (3) $\frac{x+2}{15} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{10}$ (4) $\frac{x-2}{15} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+3}{10}$

PART-B (Subjective Questions)

વિભાગ - A

નીચેના પ્રશ્નોનાં ટૂંકમાં ઉત્તર લખો. (પ્રત્યેકના 2 ગુણ) **[16]**

1. જો $f: R \rightarrow (-1,1)$, $f(x) = \dfrac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$ અને f એ એક-એક અને વ્યાપ્ત છે તો $f^{-1}(x)$ શોધો.
2. મર્યાદાઓ $x + 2y \geq 10$, $3x + 4y \leq 24$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ ને આધીન $z = 200x + 500y$ ની ન્યુનત્તમ કિંમત શોધો.
3. $\int \dfrac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx$ શોધો.
4. વિકલ સમીકરણ $(1+y^2)\, dx = (\tan^{-1}y - x)\, dy$ નો ઉકેલ મેળવો.
5. જો $\bar{a}, \bar{b}$ અને $\bar{c}$ શૂન્યેત્તર સદિશો હોય અને $\bar{a} \times \bar{b} = \bar{c}$ અને $\bar{b} \times \bar{c} = \bar{a}$ તો સાબિત કરો કે, $|\bar{b}| = 1$
6. બે રેખાઓની દિક્કોસાઈન l, m, n, એ $l + m + n = 0$ અને $l^2 - m^2 + n^2 = 0$ ને સંતોષે છે. તો તે બે રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.
7. $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 15$ એ કયા અંતરાલમાં વધે છે અને કયા અંતરલામાં ઘટે છે તે નક્કી કરો.
8. સાબિત કરો કે, $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1+y & 1+2y & 1 \\ 1+z & 1+z & 1+3z \end{vmatrix} = 2xyz\left(3 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}\right)$

વિભાગ - B

નીચેના પ્રશ્નોનાં ટૂંકમાં ઉત્તર લખો. (પ્રત્યેકના 3 ગુણ) **[18]**

9. r ત્રિજ્યાવાળા ગોલકની અંતર્ગત આવેલા મહત્તમ ઘનફળવાળા શંકુની લંબાઈ $\dfrac{4r}{3}$ છે તેમ સાબિત કરો.
10. વર્તુળો $x^2 + y^2 = 4$ અને $x^2 + y^2 = 4x$ દ્વારા રચાતા ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
11. બિંદુ (1,5,1)નું સમતલ $x - 2y + z + 5 = 0$ ની સાપેક્ષે પ્રતિબિંબ શોધો.
12. સાબિત કરો કે, $\tan\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{2}\cos^{-1}\dfrac{a}{b}\right) + \tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}\cos^{-1}\dfrac{a}{b}\right) = \dfrac{2b}{a}$.
13. એક ભોજનાલયમાં A અને B એમ બે પ્રકારના વિશિષ્ટ ભોજન પીરસવામાં આવે છે. ભોજનાલયમાં ગ્રાહકોમાં 60% પુરુષો અને 40% સ્ત્રીઓ હોય છે. 80% પુરુષો A પ્રકારનું ભોજન મંગાવે છે. જ્યારે બાકીના પુરુષો B પ્રકારનું ભોજન મંગાવે છે. 70% સ્ત્રીઓ B પ્રકારનુંભોજન મંગાવે છે. જ્યારે બાકીની સ્ત્રીઓ A પ્રકારનું ભોજન મંગાવે છે. ભોજનાલયે બંને પ્રકારનું ભોજન (A થી B) કેટલા પ્રમાણમાં તૈયાર કરવું જોઈએ.
14. હાર સંક્ષેપન એશિલોન પદ્ધતિથી $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક મેળવો.

વિભાગ - C

નીચેના પ્રશ્નોનાં મુદ્દાસર ઉત્તર લખો. (પ્રત્યેકના 4 ગુણ) **[16]**

15. એક ઓરડામાં મૃતદેહનું તાપમાન 100°F છે. 5 મિનિટ બાદ મૃતદેહનું તાપમાન 50°F થાય છે. ત્યારબાદ બીજી 5 મિનિટ પછી તેનું તાપમાન 40°F થાય છે. તો તેના આસપાસના વાતાવરણનુંઅચળ તાપમાન શોધો.
16. $\int_0^1 \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{1 - x + x^2}\right) dx$ શોધો.
17. $\int \dfrac{1}{x^4 + 1} dx$ શોધો.
18. જો $y = x \log\left(\dfrac{x}{a + bx}\right)$ તો સાબિત કરો કે, $x^3 y_2 = (xy_1 - y)^2$